**Введённые данные**

x1 + 5·x2 + x3 - x4 → max  
x1 + 2·x2 + x3 = 3  
2·x1 + 11·x2 + x4 = 4

**Ответ**

x1 = 0, x2 = 0.36363, x3 = 2.27272, x4 = 0, F = 4.0909

**Решение базовым симплекс-методом**

**Ищем начальное базисное решение:**  
Столбец 3 является частью единичной матрицы. Переменная x3 входит в начальный базис  
Столбец 4 является частью единичной матрицы. Переменная x4 входит в начальный базис  
  
**Начальная симплекс-таблица**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | 1 | 5 | 1 | -1 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **b** |
| **x3** | 1 | 2 | 1 | 0 | 3 |
| **x4** | 2 | 11 | 0 | 1 | 4 |

**Вычисляем дельты:** Δi = C3·a1i + C4·a2i - Ci

Подробный расчёт дельт

Δ1 = C3·a11 + C4·a21 - C1 = 1·1 + -1·2 - 1 = -2  
Δ2 = C3·a12 + C4·a22 - C2 = 1·2 + -1·11 - 5 = -14  
Δ3 = C3·a13 + C4·a23 - C3 = 1·1 + -1·0 - 1 = 0  
Δ4 = C3·a14 + C4·a24 - C4 = 1·0 + -1·1 - -1 = 0  
Δb = C3·b1 + C4·b2 - C5 = 1·3 + -1·4 - 0 = -1

**Симплекс-таблица с дельтами**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | 1 | 5 | 1 | -1 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **b** |
| **x3** | 1 | 2 | 1 | 0 | 3 |
| **x4** | 2 | 11 | 0 | 1 | 4 |
| **Δ** | -2 | -14 | 0 | 0 | -1 |

**Проверяем план на оптимальность:** план **не оптимален**, так как Δ1 = -2 отрицательна.

Критерий оптимальности

План оптимален, если в таблице отсутствуют отрицательные дельты.

**Итерация 1**

Определяем *разрешающий столбец* - столбец, в котором находится минимальная дельта: 2, Δ2: -14  
Находим симплекс-отношения Q, путём деления коэффициентов b на соответствующие значения столбца 2  
В найденном столбце ищем строку с наименьшим значением Q: Qmin = 0.36363, строка 2.  
На пересечении найденных строки и столбца находится *разрешающий элемент*: 11  
В качестве базисной переменной x4 берём x2.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | 1 | 5 | 1 | -1 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **b** | **Q** |
| **x3** | 1 | 2 | 1 | 0 | 3 | 3 / 2 = 1.5 |
| **x2** | 2 | 11 | 0 | 1 | 4 | 4 / 11 = 0.36363 |
| **Δ** | -2 | -14 | 0 | 0 | -1 |  |

Делим строку 2 на 11. Из строки 1 вычитаем строку 2, умноженную на соответствующий элемент в столбце 2.  
**Вычисляем новые дельты:** Δi = C3·a1i + C2·a2i - Ci

Подробный расчёт дельт

Δ1 = C3·a11 + C2·a21 - C1 = 1·0.63636 + 5·0.18181 - 1 = 0.54545  
Δ2 = C3·a12 + C2·a22 - C2 = 1·0 + 5·1 - 5 = 0  
Δ3 = C3·a13 + C2·a23 - C3 = 1·1 + 5·0 - 1 = 0  
Δ4 = C3·a14 + C2·a24 - C4 = 1·(-0.18181) + 5·0.0909 - -1 = 1.27272  
Δb = C3·b1 + C2·b2 - C5 = 1·2.27272 + 5·0.36363 - 0 = 4.0909

**Симплекс-таблица с обновлёнными дельтами**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | 1 | 5 | 1 | -1 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **b** | **Q** |
| **x3** | 0.63636 | 0 | 1 | -0.18181 | 2.27272 | 1.5 |
| **x2** | 0.18181 | 1 | 0 | 0.0909 | 0.36363 | 0.36363 |
| **Δ** | 0.54545 | 0 | 0 | 1.27272 | 4.0909 |  |

**Текущий план X:** [ 0, 0.36363, 2.27272, 0 ]  
**Целевая функция F:** 1·0 + 5·0.36363 + 1·2.27272 + -1·0 = 4.0909  
**Проверяем план на оптимальность:** отрицательные дельты отсутствуют, следовательно **план оптимален**.

Критерий оптимальности

План оптимален, если в таблице отсутствуют отрицательные дельты.

**Ответ:** x1 = 0, x2 = 0.36363, x3 = 2.27272, x4 = 0, F = 4.0909